

4. Énoncé des exercices

Exercice 14.1 Pour a réel non nul, écrire comme puissance de a les nombres suivants :

1. $a^2 \times a$
2. $a^2 \times a^2$
3. $a^2 \times a^5$
4. $\frac{a^2}{a}$
5. $\frac{a^5}{a^3}$
6. $\frac{a^3}{a^6}$
7. $(a^2)^3$
8. $(a^2)^{-3}$
9. $(a^{-2})^3$
10. $(a^{-2})^{-3}$

Exercice 14.2 Simplifier si possible les expressions suivantes, où a et b sont des nombres réels non nuls :

1. $(-a)^2(-b)^3$
2. $(-a)^3(-b)^5$
3. $(-a)^5(-b)^3$
4. $\frac{a^2b^3}{ab^2}$
5. $\frac{(-a)^3}{(ab)^2}$
6. $\frac{ab^{-2}}{a^{-3}b}$
7. $\frac{a^2+b^2}{2ab}$

Exercice 14.3 Calculer les images par la fonction cube de :

1. -5
2. 3×10^5
3. a^2b (a, b réels)

Exercice 14.4 Calculer les antécédents par la fonction cube de :

1. 1000
2. 128×10^{-6}
3. $\frac{8}{27}$

Exercice 14.5 Résoudre les équations d'inconnue réelle x :

1. $(x-2)^3 = 1$
2. $(5-2x)^3 = -8$
3. $(3x+1)^3 = 10^{-3}$

Exercice 14.6 Un ballon de handball doit répondre à certains critères : il doit être sphérique, et la circonférence pour les équipes masculines et junior masculines (au-dessus de 16 ans) est de 58 à 60 cm.

1. En déduire un encadrement du rayon du ballon, d'amplitude 4 mm.
2. En déduire un encadrement de son volume d'amplitude 0,6 L (on rappelle que $1L = 1dm^3$).

Exercice 14.7 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers (on pourra revoir le tutoriel vidéo sur la décomposition d'un nombre en facteurs premiers) :

1. $\sqrt{18}$
2. $\sqrt{200}$
3. $\sqrt{125}$
4. $\sqrt{54}$
5. $\sqrt{24}$

Exercice 14.8 Effectuer les opérations suivantes :

1. $2\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 4\sqrt{2}$
2. $-\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 4\sqrt{5}$

Exercice 14.9 Écrire les nombres suivants sous la forme $\sqrt{a}$, où a est un réel positif, puis les ranger dans l'ordre croissant :

1. $\sqrt{2}\sqrt{5}$
2. $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{5}}$
3. $2\sqrt{5}$
4. $\frac{\sqrt{225}}{3}$

Exercice 14.10 Formule de Héron.

1. Un triangle ABC a pour côtés $AB = 6\text{ cm}$, $AC = 8\text{ cm}$ et $BC = 10\text{ cm}$
 - (a) Quelle est la nature du triangle ABC ?
 - (b) En déduire son aire
2. On attribue à Héron d'Alexandrie (1^{er} siècle après JC) la démonstration d'une formule permettant de calculer l'aire $\mathcal{A}$ d'un triangle dont on connaît les trois côtés a , b et c , sans avoir besoin de calculer la hauteur :

$$\mathcal{A} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

où p est la **moitié** du périmètre du triangle.

- (a) Retrouver grâce à cette formule l'aire du triangle ABC.
- (b) Montrer qu'un triangle équilatéral de côté c a une aire de $\frac{\sqrt{3}}{4}c^2$